

# KALİTE DENETİMİ

*Dr.Öğr.Üyesi Serpil Aydın*

## Kalite Nedir?

Kalite (Qualites) Latince, “nasıl olduğu” anlamına gelen “qualis” kelimesinden türemiştir ve bir ürünün, istenen görevi daha iyi yapabilme (müşteri beklentilerini azami düzeyde sağlayan) veya her zaman aynı şekilde yapabilmesi (sürekli iyileştirme) için sahip olması gereken özellik olarak tanımlanmıştır.

## Kaliteli veri nedir?

Bir araştırmanın planlanması aşamasından üretilen verinin kullanıcıya sunulması aşamasına kadar olan süreçte kullanıcı ihtiyaçlarını sağlayan doğru, ulaşılabilir ve net, karşılaştırılabilir, zamanlı ve dakik, tutarlı ve tam olma kriterlerini sağlayan veriye “kaliteli veri” denir.

## **Avrupa Birliği İstatistik Ofisi (EUROSTAT) tarafından belirlenen veri kalite bileşenleri nelerdir?**

Türkiye İstatistik Kurumu (TÜİK) tarafından benimsenen EUROSTAT kalite bileşenleri aşağıda sıralanmıştır:

- Uygunluk (relevance),
- Doğruluk (accuracy),
- Zamanlılık ve Yayınlanma Takvimine Uygunluk (timeliness and punctuality),
- Erişilebilirlik ve Açıklık (accessibility and clarity),
- Tutarlılık ve Karşılaştırılabilirlik (coherence and comparability).

**TÜİK tarafından EUROSTAT için hazırlanan kalite raporlarının doğruluk bileşeni altında örnekleme hataları için hangi gösterge hesaplanmaktadır?**

TÜİK tarafından EUROSTAT için hazırlanan kalite raporlarının doğruluk bileşeni altında örnekleme hataları için değişim katsayısı hesaplanmaktadır.

## EUROSTAT'a gönderilmek üzere, TÜİK tarafından yürütölen hangi araştırmaların kalite raporları hazırlanmaktadır?

Aşağıda verilen araştırmalar için EUROSTAT'a gönderilmek üzere kalite raporları hazırlanmaktadır:

- Hanehalkı İşgücü Araştırması,
- İşgücü Maliyet Araştırması,
- Hanelerde Bilişim Teknolojileri Kullanım Araştırması,
- Girişimlerde Bilişim Teknolojileri Kullanım Araştırması,
- Kazanç Yapısı Araştırması,
- Yenilik Araştırması,
- Yetişkin Eğitimi Araştırması.

## Kaliteli veri üretiminde dikkat edilmesi gereken hususlar nelerdir?

Veri kalitesini artırmaya yönelik olarak araştırmalarda dikkat edilmesi gereken hususlar aşağıda sıralanmıştır:

- Araştırma için konuyla ilgili uzman grubun oluşturulması,
- Araştırmalarda nitelikli anketörlerin kullanılması,
- Veri derleme işlemlerinin tümü için uygun örnek kontrol çalışmalarının yapılması,
- Soru kağıtlarının örneklemdaki tüm birimlere ulaşıp ulaşmadığının kontrol edilmesi,
- Araştırmaya ilişkin maliyet, performans ve kalite ölçülerinin çıkartılması ve hesaplanması,
- Anketörlerden gelen geri bildirimlerin değerlendirilmesi,
- Araştırma sonuçlarının bir sonraki araştırma için raporlanması.

## **TUİK tarafından yürütölen araştırmalarda veri kalitesini artırmak amacıyla yapılan çalışmalar nelerdir?**

- Araştırma öncesinde; soru formu tasarımı, pretest, pilot çalışma, edit-kod talimatlarının hazırlanması, anketör/kontrolör eğitimi ve anketör denetimi planlaması, anketör el kitabı hazırlanması, alan organizasyonu planlanması.
- Araştırma aşamasında; veri giriş kontrolü, içsel tutarlılık kontrolleri, anketör/kontrolör denetimi, geribildirimlerin değerlendirilmesi. Kalite denetim çalışmaları; araştırmanın alan uygulamasını takiben veri kalitesini artırmak amacıyla Bilgisayar Destekli Telefonla Görüşme (CATI) tekniği kullanılarak alınan cevapların ve anketörün uygulamalarının cevaplayıcıdan denetlenmesi.
- Araştırma sonrasında; içsel tutarlılık kontrolleri, ilgili kalite göstergelerinin (standart hata, değişim katsayısı, cevapsızlık oranları vb.) hesaplanması, araştırma raporunun ve EUROSTAT kalite raporlarının hazırlanması.



A graphic of a spiral-bound notebook with a white page and a red cover. The spiral binding is at the top. On the left side, there are two horizontal tabs, one yellow and one pink. In the center of the page, the number '02' is displayed in a large, bold, black font, enclosed within a light green circular arrow graphic. Below the number, the text 'Kalite Maliyetleri' is written in a bold, dark red font.

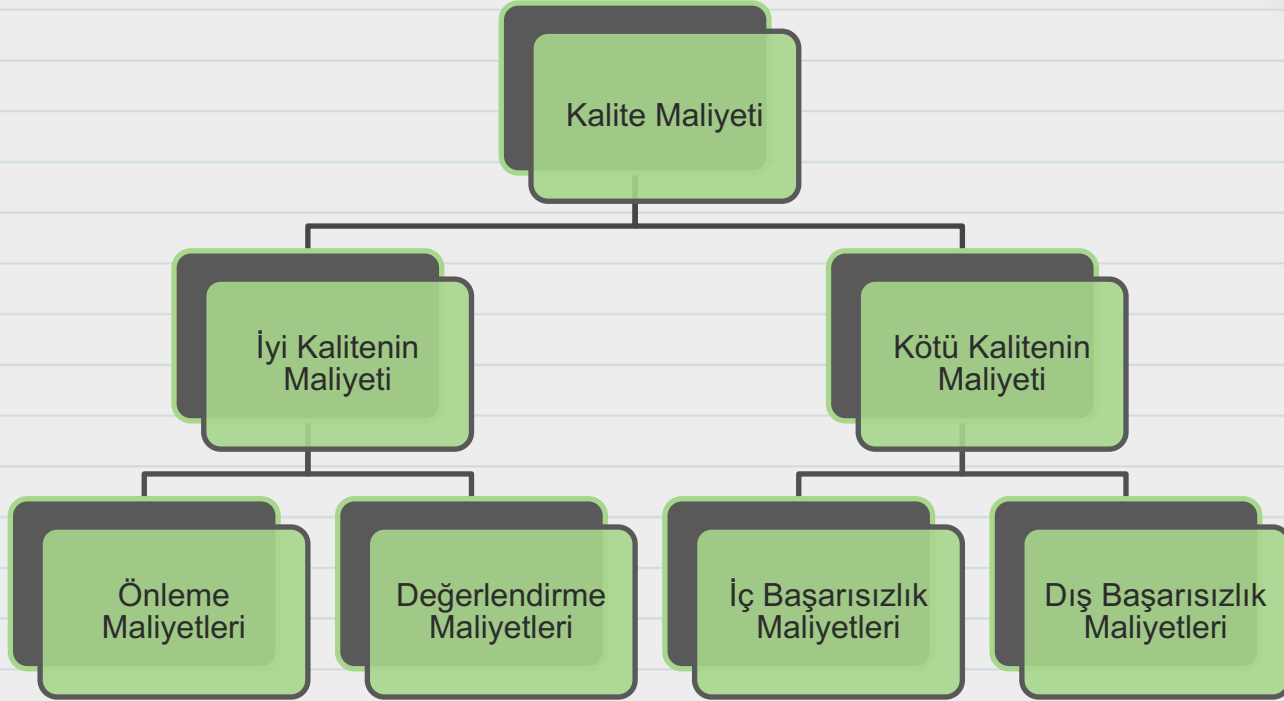
02

# **Kalite Maliyetleri**

## 2.1. Kalite Maliyet eşitleri

Kalite maliyetleri uygunluk kalitesi ile ilgilidir. Uygunluk kalitesini sağlamak amacıyla yşrştşlen faaliyetler nedeniyle ortaya çıkan giderler ile uygunluk kalitesinden sapmaların yol açtığı istenmeyen maliyetlere *kalite maliyetleri ya da giderleri* denir.

Diğer bir ifade ile kalite maliyetleri, kaliteyi ũretmek için yapılan giderler ile kalitesiz mal ya da hizmetler nedeniyle maruz kalınan giderlerdir.

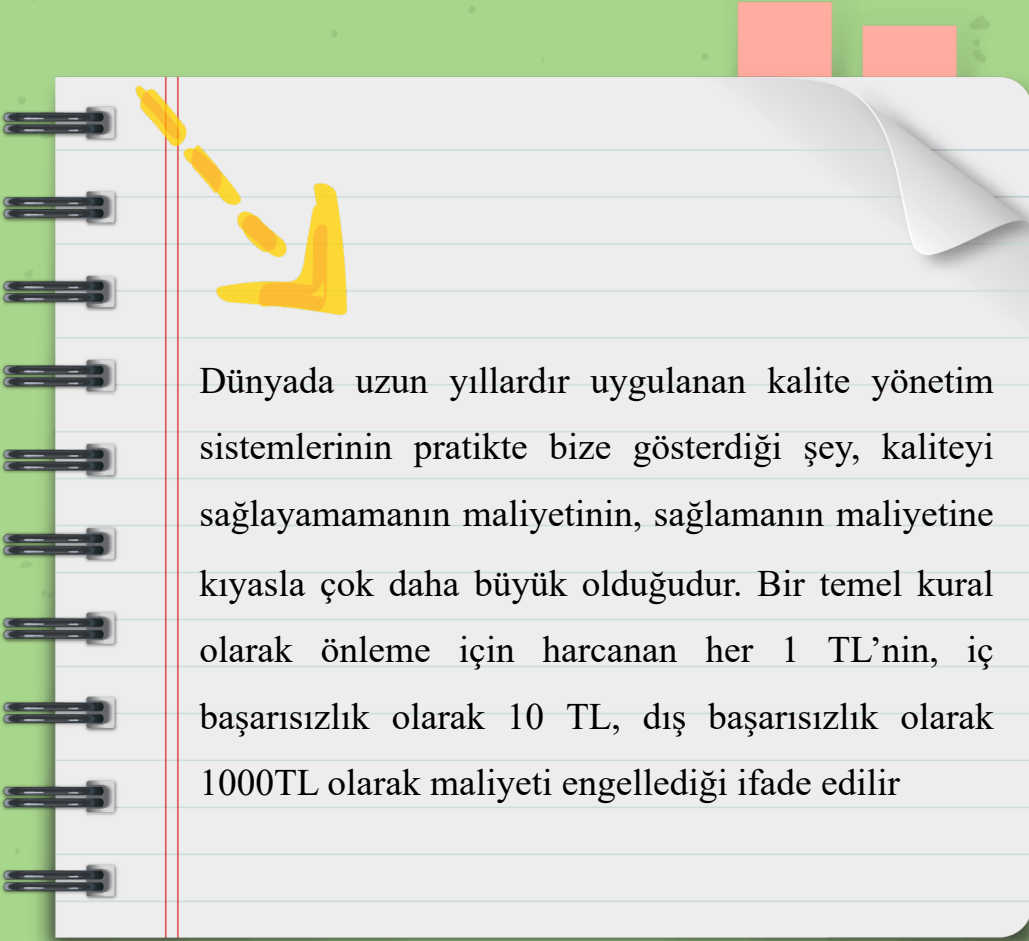


**Önleme Maliyetleri :** Bu maliyetler tasarım ve kalite yönetimi ile ilişkilidir. Önleme maliyetleri gerçek uygulamalardan önce planlanır ve bu maliyetlere gerçek uygulamalardan önce maruz kalınır. Diğer bir ifadeyle önleme maliyetleri uygunsuz ürün ya da hizmetin önlenmesi için işin başında yapılan ön çalışmalar ve tasarlanmış tüm faaliyetlerin giderleridir. Önleme faaliyetlerinde ürün ya da hizmetin ilk seferinde uygun üretilmesi hedeflenir, böylece yeniden işleme, fire, müşteri şikayetleri gibi maliyet unsurlarıyla karşılaşmaz.

**İç Başarısızlık Maliyetleri :** Bu maliyetler ürün müşteriye ulaşmadan önce ortaya çıkan uygunsuzluğun maliyetleridir.

**Dış Başarısızlık Maliyetleri :** Bu maliyetler ürün müşteriye ulaştıktan sonra ortaya çıkan uygunsuzluğun maliyetidir.

**Değerlendirme Maliyetleri:** İstenilen uygunluk kalitesini sağlamak için kalite karakteristiklerinin ölçüm ve kontrolleriyle ilgili giderlerdir. Yani, değerlendirme maliyetleri kalite ihtiyaçlarının tasarım aşamasında yapılan kaliteye uygunluk derecesini güvenceye alma amacıyla tedarikçilerden gelen hammadde ve yarı mamullerin muayenesi, üretim sürecindeki ürünlerin ve bunların parçalarının muayenesi, test edilmesi, son ürün kontrolleri, iç tetkik ve yeniden gözden geçirme çalışmaları için yapılan giderleri içerir. Uygunsuzluğun yüksek olduğu işletmelerde üretim sürecinin birçok noktasında yoğun değerlendirme maliyeti gerekir, aksi takdirde iç ve dış başarısızlık maliyeti artacaktır. Diğer bir deyişle uygunluk kalitesi arttıkça bu maliyetlerin düşmesi beklenir.



Dünyada uzun yıllardır uygulanan kalite yönetim sistemlerinin pratikte bize gösterdiği şey, kaliteyi sağlayamamanın maliyetinin, sağlamanın maliyetine kıyasla çok daha büyük olduğudur. Bir temel kural olarak önleme için harcanan her 1 TL'nin, iç başarısızlık olarak 10 TL, dış başarısızlık olarak 1000TL olarak maliyeti engellediği ifade edilir

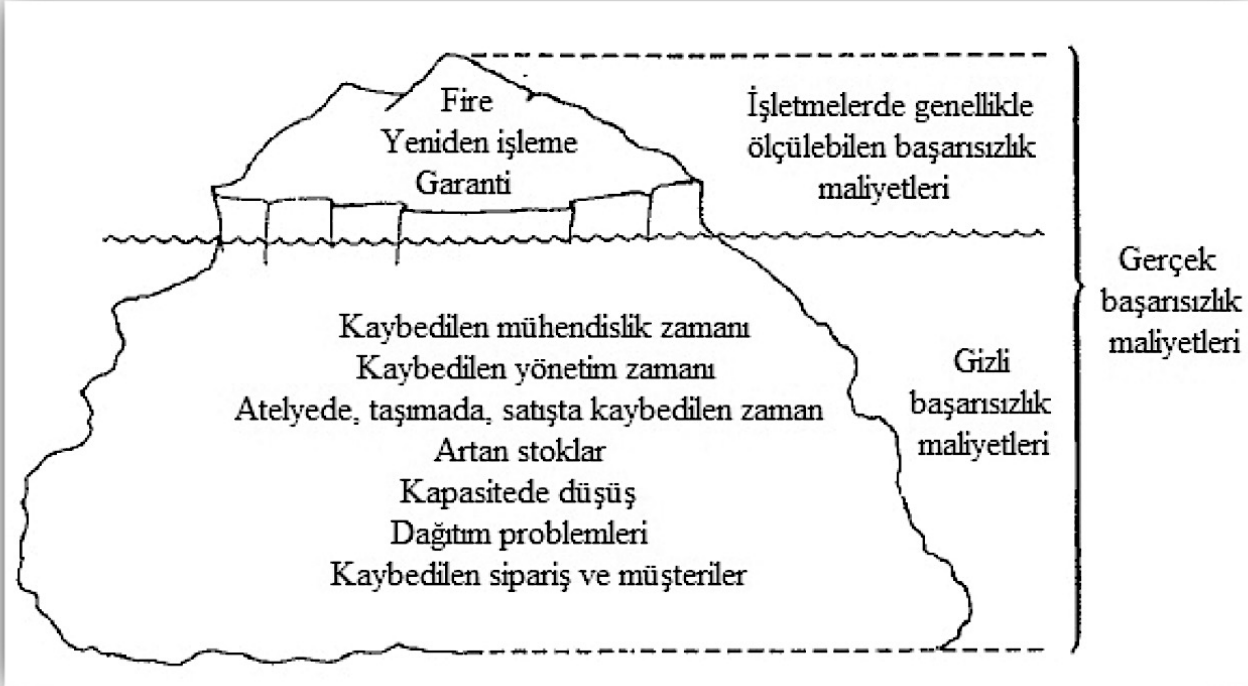
**Tablo 2.1:** İyi kalitenin maliyet kalemleri

<b>Kategoriler</b>	<b>Kalite Maliyet Elementleri</b>
<b>Önleme</b>	Kalite kontrol ve süreç kontrol mühendisliği Ürün /süreç tasarımı Yeni ürün değerlendirmesi Kalite planlaması Kalite üretim ekipmanları-bakım ve kalibrasyon Kalite verilerinin toplanması ve analizi Tedarikçi kalite güvencesi Eğitim Müşteride erken dönem arızalarının önüne geçmek için ürünün fabrikada çalıştırılması
<b>Değerlendirme</b>	Gelen malzemenin test ve muayenesi Ürün muayenesi ve testi Muayene ve test planı Muayene ve test materyalleri Test ve muayene ekipmanlarının bakım ve kalibrasyonu Test ve muayene verilerinin yeniden incelenmesi Malzeme ve yedek parçaların değerlendirilmesi Veri işleme, muayene ve test raporları

**Tablo 2.2:** Kötü kalitenin maliyet kalemleri

<b>Kategoriler</b>	<b>Kalite Maliyet Elementleri</b>
İç başarısızlık	Artıklar, hurda ve fireler Yeniden işleme ve tamir Sorun giderme ve hata analizi Yeniden denetleme ve test etme Tedarikçiden gelen kötü malzeme ya da üretim sırasında meydana gelen uygunsuzluklar nedeniyle boşa geçen üretim zamanı Ürünü 2. kalite, 3. kalite sunmanın maliyeti Ruhsat ve izin değişikliği
Dış başarısızlık	Şikâyetler Ürün hizmet, sorumluluk Ürünlerin iadesi İade edilen malın tamiri Garanti yenileme Müşteri sadakati kaybı Satış kaybı



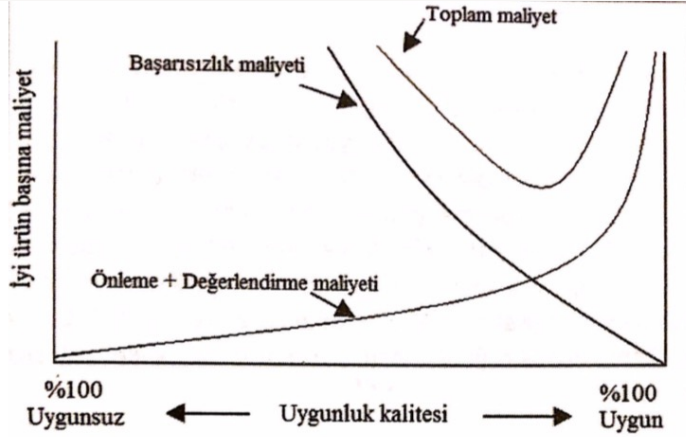


Şekil 2.2: Ölçülebilen ve gizli başarısızlık maliyetleri

## 2.2 Toplam Kalite Yönetimi Açısından Kalite Maliyetleri

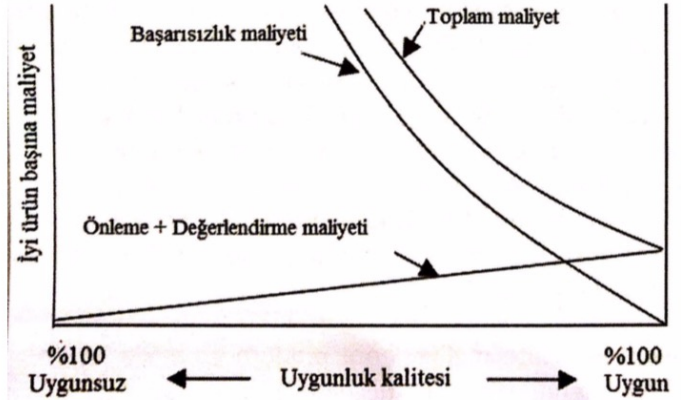
Klasik kalite yaklaşımında %100 uygun ürün üretmek için gerekli önleme ve değerlendirme maliyetlerinin %100' e yaklaştıkça artış hızı yükselen bir maliyet eğrisi üreteceği, dolayısıyla %100 den daha küçük bir noktada toplam maliyeti enküçükleyen bir optimal düzey olduğu kabul edilmekteydi. Ancak gelişen üretim teknolojileri malzeme ve yarı mamullerdeki kusurları azalttı; robot ve otomasyon teknolojileri üretimde insan hatalarını çok düşük düzeylere çekti; gelişmiş, otomatik test ve muayene sistemleri hataları oldukları anda saptamada büyük kolaylıklar sağladılar. Bunların sonucu olarak %100 uygun ürün üretimi pratikte makul bir maliyetle başarılabilir bir noktaya indirildi.

## Klasik Bakış



(a)

## Modern Bakış



(b)

Kalite yönetiminde başarısızlıkların kök nedenleri olduğu, bunların ortaya çıkarılıp önlenebileceği yani yok edilebileceği ve önlemenin maliyetinin daima başarısızlığın maliyetinden küçük olduğu varsayılır. Bu varsayımlar hem üretimde hem hizmet sektöründe büyük ölçüde geçerlidir. Bu varsayımlara göre kalite maliyetlerini düşürmek için sağlıklı bir strateji önleme üzerine yoğunlaşmalıdır; önleme gerçekleşirse başarısızlığın kök nedenleri temelli ortadan kaldırılmış olacaktır. Uygunluk kalitesi arttıkça da değerlendirme maliyetlerinde bir düşüş olması beklenmelidir.

Kalite maliyetlerinin kendi arasındaki kıyaslamaların yanı sıra toplam kalite maliyetlerinin bir işletmede hangi büyüklüklere ulaştığı diğer bir önemli sorundur. Bu maliyetlerin toplam artışlara oranla kıyaslamaları yapılarak çok yüksek oranlara çıkabildiği gözlenmiştir. Altı sigma uygulamalarında kalite maliyetlerinin hesaplanması ve süreçlerde sigma düzeyi arttıkça bunun maliyeti nasıl azalttığının analizi birçok büyük işletme tarafından yapılmaktadır.

Bu konuyu ele alan eserlerde toplam satışlara oranla toplam kalite maliyetlerinin üç sigma düzeyinde %25 iken, altı sigma düzeyinde %1 ile %5 arasına indiği ifade edilmektedir. ***Hatırlamak gerekirse*** üç sigma düzeyinde uygunsuz ürün oranı %6.7 iken altı sigma düzeyinde milyonda 3.4' e inmektedir.

## 2.3 Taguchi'nin Kalite Kayıp Fonksiyonu

Kalite karakteristikleri ile kalite maliyetlerini modern anlamda ilk kez meşhur kalite düşünürü **G. Taguchi** ilişkilendirmiştir. Taguchi spesifikasyon sınırı sağlansa bile hedef değer tutturulmadığı sürece bir maliyet oluşacağını, bu maliyetin de hedef değerden sapmanın karesiyle orantılı olduğunu ortaya koymuştur. Bu ilişki ***Taguchi'nin Kalite Kayıp Fonksiyonu*** ile ifade edilir:

$$L = K(X - T)^2$$

Bu denklemde;

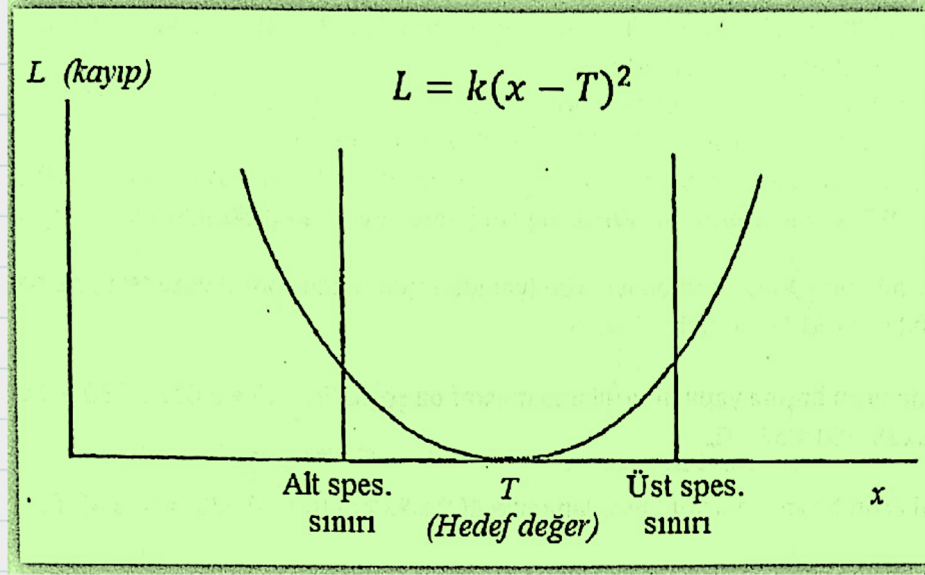
L : para birimi cinsinden birim başarısızlık maliyetini,

X : Kalite karakteristiğinin ölçülen değeri

T : Kalite karakteristiğinin hedef değeri

K : Dönüşüm katsayısı

ifade eder.



Bu fonksiyona göre değişimin sıfıra indirilmesi esas hedef olmalıdır, dolayısıyla başarısızlık maliyetlerini sıfırlayabilmenin yolu her üründe hedef değerin tutturulması yani değişimin sıfıra indirilmesidir. Bu imkansız gibi gözükse de altı sigma yönetim anlayışında değişimin spesifikasyon sınırına kıyasla çok daha küçük değerlere indirilmesi hedef alınır.

## 2.4 Kalite ve Üretkenlik Arasındaki İlişki

Modern sanayide yüksek kalite ürünler üretmek zordur; bunun başlıca nedeni hızla değişen ve gelişen teknolojilerdir. Özellikle yüksek teknolojili ürünlerin imalatında, rekabet avantajı elde etmek için hızla yeni teknolojilere adapte olma ihtiyacı, yüksek kaliteli ürünlerin tasarım ve imalatını oldukça karmaşık hale getirmektedir.

Bu durumda bir üretim sürecini her açıdan en iyi hale getirme konusuna gerekli önem verilememektedir: temel açılar maliyet, üretkenlik ve kalite şeklinde düşünülebilir.



**Örnek :** Hastane mobilyaları üreten bir firmada üretilen motorlu yatakların imalatını ele alalım. Problemi basitleştirerek sadece iki tür kalite problemi ele alacağız. Birinci problem tedarik edilen elektrik motorlarının ön test yapılmasına rağmen son muayenede ya da üreticiye sevkiyatının hemen ardından arıza üretmesi, ikincisi ise farklı şekillerde gerçekleşen ve son muayenede ortaya çıkan yanlış montaj problemidir. Birinci problem %8 oranında yaşanmaktadır. İkinci problem ise %15 oranındadır. Birinci problem motorun değişmesini gerektirmektedir, maliyeti ortalama 150TL'dir. İkinci problem ise %50 oranında yeniden işleme ile giderilmekte ve ortalama 80 TL'ye mal olmaktadır, ancak kalan %50 lik kısım için ekonomik bir yeniden işleme yapılamamakta ve ürünler hurda haline gelmektedir. Ürünün ilk üretim maliyeti 500 TL'dir ve günde ortalama 100 ürün üretilmektedir.

Sadece iki problemin varlığı bile karışık bir hesaplamayı gerektirir. Bu iki kalite problemi bağımsızdır, her iki problemin beraber ortaya çıktığı ürünler de olacaktır. Rastgele bir ürün seçildiğinde bu ürünün;

- Birinci ve ikinci problemin beraber ortaya çıktığı bir ürün olma olasılığı ( $0.08 \times 0.15 = 0.012$ ). Bu ürünler için ( $150 + 80 = 230$  TL) maliyet söz konusudur, bunların %50 si ise firedir.
- Sadece birinci problemin ortaya çıktığı bir ürün olma olasılığı ( $0.08 - 0.012 = 0.068$ ). Bu ürünler için (150 TL) maliyet söz konusudur.
- Sadece ikinci problemin ortaya çıktığı bir ürün olma olasılığı ( $0.15 - 0.012 = 0.138$ ). Bu ürünler için (80TL) masraf yapılır. Bunların %50 si firedir.

Bu durumda günde üretilen iyi ürün (yeniden işlemeden sonra) yüzdesi şöyle hesaplanır:

$$100 \times (1 - (0.15 \times 50)) = \%92.5$$

Bir günde ürün başına yapılan ortalama masraf da şöyledir:

$$500 + 0.012 \times 230 + 0.068 \times 150 + 0.138 \times 80 = 524 \text{ TL}$$

Şimdi iyi ürün başına maliyet hesaplanabilir:

$$100 \times 524 / (100 \times 0.925) = 566.48 \text{ TL.}$$

İyi ürün başına maliyet ilk üretim maliyetinin %13 üzerine çıkmış (500 yerine 566 TL) ve üretkenlik de %7.5 düşmüştür (Günde 100 yerine 92.5 ürün).

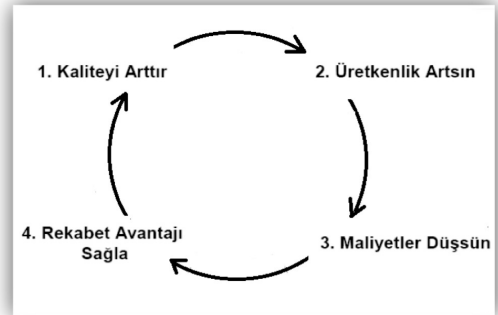
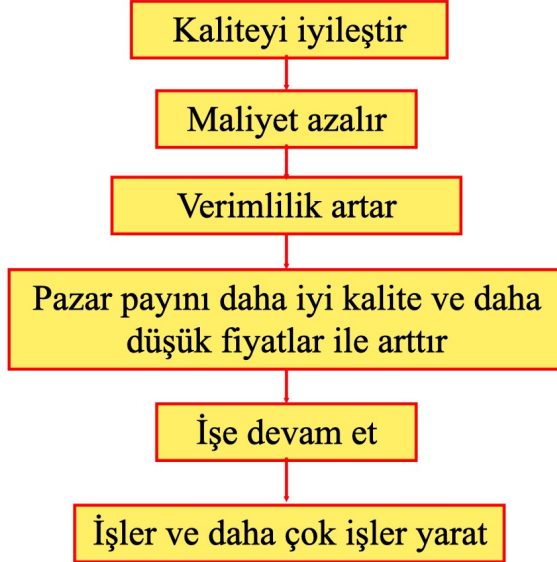
Bu oranların düşürülmesi için sistemli bir çabaya girişilmiştir. Motor üreticileriyle kalite iyileştirme konusunda yoğun bir işbirliği yapılmıştır. Motorların ön testlerinin daha planlı ve kapsamlı yapılması ve yanlış montaj problemlerinin üretimin daha erken aşamalarında saptanması, nedenlerinin bulunması ve giderilmesi için girişilen istatistiksel kalite kontrolü çalışmalarının ardından altı aylık bir dönemin sonunda birinci problemin yaşanma olasılığı %2'ye, ikinci problemin yaşanması olasılığı da %1'e düşürülmüştür.

Hesaplamalar güncellendiğinde iyi ürün başına maliyet  $100 \times 503.85 / (100 \times 0.995) = 506.38$  TL'ye inmiştir. İyi ürün başına maliyette %10.5 azalma sağlanmış (566.48'den 506.38'e) ve üretkenlikte %7.6 artış sağlanmıştır (92.5'ten 99.5'e). Birçok sistemli kalite iyileştirme çalışmasında bu tür iyileştirme oranları rahatlıkla başarılabilir.

Şimdi bir de firmanın iyileştirmeyi sağlama maliyetlerini değerlendirelim. Firma bu işlemler için yaptığı çalışmaların ilk aylarda ürün başına 10 TL civarında olduğunu ancak ilerleyen aylarda bu maliyetin 1-2 TL dolaylarına indiğini gözlemiştir. Uzun dönemde firmada gelişen kalite bilinciyle bu maliyet daha da düşecektir.

***Bu örnek W. Deming'in ifade ettiği zincirleme tepkinin güzel bir örneğidir.***

# Deming Zincir Reaksiyonu





**Kalite ile İlgili  
Temel Olasılık ve  
İstatistik**

# Deney, Örnek Uzayı, Olay

**Deney:** Bir gözlem yapma sürecidir, bu süreçte sonucun ne olacağı kesin olarak belli değildir. Örneğin bir paranın atılması veya bir zarın atılması ve sonuçlarının gözlenmesi birer deneydir.

**Örnek Uzayı:** Bir deneyin tüm olanaklı sonuçlarının kümesi örnek uzayı ( $S$  ile gösterilir) olarak adlandırılır.

**Olay:** Örnek uzayının herhangi bir alt kümesine olay ( $E$ ) denir.

Deney bir zarın atılması olsun;

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  şeklinde tanımlanır,  $E_1 = \{1, 2, 3\}$  ve  $E_2 = \{1\}$  iki olaydır.

**Tümleyen olay:** Bir  $E$  olayının tümleyen olayı  $E^c$ ,  $S$ 'den  $E$  çıkarılarak bulunur:  $E^c = S \setminus E$ .

Örneğin  $E_1^c = \{4, 5, 6\}$  olur.



# Olasılık, Koşullu Olasılık, Bağımsız, Bağımlı ve Ayrık Olaylar

**Olasılık:** Olayların olasılık değerleri vardır. Bir  $E$  olayının olasılığı  $P(E)$  ile gösterilir, bir deneyin çok büyük sayılarda tekrarı sonucunda  $E$ 'nin gerçekleşme oranıyla hesaplanır.

Örneğin bir zarı on bin kez attığınızda zarın altı geldiği tekrarların sayısının on bine oranı altı olayının ortaya çıkma olasılığını verir. Aslında ancak sonsuz tekrarda gerçek olasılığa yakınsanır, ancak pratikte bu mümkün değildir. Zar atılması, para atılması, iskambil destesinden kağıt çekilmesi gibi örnek uzayının her elemanının eşit olabirliğe sahip olduğu durumlarda hiç deney yapmadan bu olasılık hesaplanabilir. Örneğin zar atılması deneyinde  $E = \{1\}$  ise  $P(E) = 1/6$ 'dır. Olasılık değerleri en küçük 0 ve en büyük bir olabilir. Örneğimizde  $P(S) = 1$ 'dir.

Bir olayın tümleyen olayının olasılığı şöyle bulunur:

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E) \quad (3.1)$$

Dolayısıyla  $P(E) + P(\bar{E}) = P(S) = 1$  'dir.

$E_1$  ve  $E_2$  olaylarının birlikte ortaya çıkması küme teorisinde kesişim (sembolü  $\cap$ ) ile ifade edilir. Benzer şekilde birinin veya diğerinin ortaya çıkması da bileşim (sembolü  $\cup$ ) ile ifade edilir.

$E_1$  ve  $E_2$  iki olay olsun.  $E_2$ 'nin oluştuğu verildiğinde  $E_1$ 'in oluşması olasılığı  $P(E_1 | E_2)$  ile verilir,  $E_1$ 'in  $E_2$ 'ye koşullu olasılığı olarak adlandırılır ve şöyle tanımlanır:

$$P(E_1 | E_2) = P(E_1 \cap E_2) / P(E_2) \quad (3.2)$$

Dolayısıyla  $E_1$  ve  $E_2$ 'nin birlikte ortaya çıkması olasılığı

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1 | E_2)P(E_2) \quad (3.3)$$

olur. Eğer bu iki olaydan birinin meydana gelmesi diğerinin olasılığını değiştirmiyorsa olur, bu durumda bu iki olaya *bağımsız olaylar* adı verilir.  $E_1$  ve  $E_2$  bağımsız olaylar ise

$$P(E_1 | E_2) = P(E_1)$$
$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1)P(E_2) \quad (3.4)$$

olur.

Eğer  $n$  adet olay birbirinden bağımsız ise  $P(E_1 \cap E_2 \cap \dots \cap E_n) = P(E_1)P(E_2) \dots P(E_n)$  olur.

Eğer  $E_1$  ve  $E_2$  birlikte ortaya çıkamıyor ise bunlara *ayrık olaylar* adı verilir;

$P(E_1 \cap E_2) = \emptyset$  .  $E_1$  ve  $E_2$  ayrık olayları için

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) \quad (3.5)$$

şeklindedir. Eğer  $E_1$  ve  $E_2$ 'nin kesişimi boş küme değilse bu durumda

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2) \quad (3.6)$$

olur.

# Rastgele Değişkenler ve Olasılık Dağılımları

**Rastgele (Rassal) Değişken:** Alacağı sayısal değer önceden kestirilemeyen, yani bir deney sonucunda belirlenen değişkendir. Bir zar atışı sonucunda gelecek sayı, bir bankada bir günde gerçekleştirilen işlem sayısı, bir montaj hattında üretilen 100 ürün içindeki kaliteli ürün sayısı, bir deliğin çapı rastgele değişkenlere örnek olarak verilebilir.

**Kesikli Rastgele Değişken:** Rastgele değişkenin alacağı değerler tam sayılardan oluşuyorsa ya da sayılabilen değerler alıyorsa kesikli rastgele değişken olarak adlandırılır.

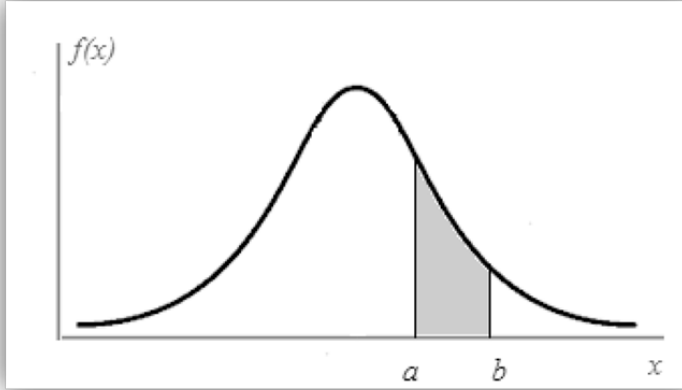
**Sürekli Rastgele Değişken:** Rastgele değişkenin değeri bir aralıkta reel sayı değerleri alıyorsa (sonsuz sayıda değer) sürekli rastgele değişken olarak adlandırılır.

Rastgele değişkenler  $X, Y, Z$  gibi büyük harflerle ve alacağı değerler  $x, y, z$  gibi küçük harflerle gösterilir.

**Kesikli Rastgele Değişkenin Olasılık Fonksiyonu:** Bir kesikli  $X$  değişkeni  $x_1, x_2, \dots, x_k$  değerlerini  $p_1, p_2, \dots, p_k$  olasılıklarıyla alıyorsa bu olasılık değerlerine sahip  $P(X = x)$  ya da kısaca  $p(x)$  fonksiyonu  $X$ 'in olasılık fonksiyonu olarak tanımlanır.

**Sürekli Rastgele Değişkenin Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu:** Değişken sonsuz sayıda değer alacağından her bir değere olasılık atamak imkansızdır. Bunun yerine bir  $f(x)$  fonksiyonu tanımlanır, bu fonksiyona  $X$ 'in olasılık yoğunluk fonksiyonu adı verilir. Bu

fonksiyonun altındaki toplam alan 1'dir,  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$ .  $X$ 'in belli bir aralıkta değer alması olasılığı ise o aralıktaki integral ile tanımlanır:  $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$ .



Şekil 3.1: Olasılık yoğunluk fonksiyonu

**Birikimli Dağılım Fonksiyonu:**  $X$  rastgele değişkeninin herhangi bir  $x$  değerine eşit ve küçük olma olasılığını veren fonksiyona  $X$  rastgele değişkeninin birikimli dağılım fonksiyonu denir ve  $F(x) = P(X \leq x)$  ile gösterilir.  $0 \leq F(x) \leq 1$  olmalıdır, ayrıca  $F(x)$  azalmayan bir fonksiyondur, eğer  $x_1 < x_2$  ise  $F(x_1) \leq F(x_2)$  olur.

Kesikli rastgele değişkenin birikimli dağılım fonksiyonu şöyle verilir:

$$F(x) = \sum_{t \leq x} p(t) \quad -\infty \leq x \leq \infty \quad (3.7)$$

Sürekli rastgele değişkenin birikimli dağılım fonksiyonu da şöyledir:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt \quad -\infty \leq x \leq \infty \quad (3.8)$$



# Beklenen Değer, Medyan, Varyans ve Standart Sapma

**Beklenen değer** bir merkezi eğilim ölçütüdür,  $E(X)$  ya da  $\mu_x$  ile gösterilir, bir rastgele değişkeni tek bir değerle özetlemeyi amaçlar. Beklenen değere **ortalama** da denir. Bir rastgele değişkenin beklenen değeri şöyle hesaplanır:

$$E(X) = \sum_{\forall x} xp(x), X \text{ kesikli ise} \quad (3.9)$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx, X \text{ sürekli ise} \quad (3.10)$$

$Y=h(X)$ ,  $X$ 'in bir fonksiyonu olan bir rastgele değişken ise

$$E(h(X)) = \sum_{\forall x} h(x)p(x), \quad X \text{ kesikli ise} \quad (3.11)$$

$$E(h(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x)f(x)dx, \quad X \text{ sürekli ise} \quad (3.12)$$

olur.

**Medyan** da bir diğer merkezi eğilim ölçütüdür,  $M(X)$  ile gösterilir.  $X$  kesikli ise,

$$P(X \leq a) \geq 0.5 \text{ ve } P(X < a) \leq 0.5 \text{ ise } M(X) = a \text{ olur.} \quad (3.17)$$

$X$  sürekli ise

$$P(X \leq a) = F(X) = 0.5 \text{ ise } M(X) = a \text{ olur, yani } M(X) = F^{-1}(0.5). \quad (3.18)$$

**Varyans** bir yayılım ölçütüdür,  $V(X)$  ya da  $\sigma_x^2$  ile gösterilir. Rastgele değişkenin beklenen değerden ne ölçüde saptığını ölçer.

$$V(X) = \sum_{\forall x} (X - \mu_x)^2 p(x), \quad X \text{ kesikli ise} \quad (3.19)$$

$$V(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^2 f(x) dx, \quad X \text{ sürekli ise} \quad (3.20)$$

Ayrıca

$$V(X) = E(X^2) - \mu_x^2 \quad (3.21)$$

olduğu gösterilebilir.

**Standart sapma** varyansın kareköküdür,  $\sigma_x$  ile gösterilir.

$$\sigma_x = \sqrt{V(X)} \quad (3.25)$$

# Binom Dağılımı

Bir olayın bir denemede başarı ile sonuçlanması olasılığı  $p$ , başarısızlıkla sonuçlanması olasılığı  $1-p$  olsun. Böyle  $n$  bağımsız denemede toplam başarılı sayısı  $X$  rastgele değişkeni ile ifade edilsin.  $X$  kesikli bir rastgele değişkendir ve Binom dağılımıdır. Binom dağılımının olasılık fonksiyonu

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, x = 0, 1, \dots, n \quad (3.26)$$

şekindedir. Binom rastgele değişkeninin ortalama ve varyansı

$$E(X) = np \text{ ve } V(X) = np(1-p) \quad (3.27)$$

denklemleri ile verilir.

# Geometrik Dağılım

Bir olayın bir denemede başarı ile sonuçlanması olasılığı  $p$ , başarısızlıkla sonuçlanması olasılığı  $1-p$  olsun. Bağımsız denemeler tekrarlandığında ilk başarılı sonucun elde edildiği deneme sayısı  $X$  olsun.  $X$  kesikli bir rastgele değişkendir ve geometrik dağılmıştır. Geometrik dağılımın olasılık fonksiyonu

$$P(X = x) = p(1-p)^{x-1}, x = 1, 2, \dots \quad (3.28)$$

şeklindedir. Geometrik rastgele değişkenin ortalama ve varyansı

$$E(X) = 1/p \text{ ve } V(X) = (1-p)/p^2 \quad (3.29)$$

denklemleri ile verilir.

# Poisson Dağılımı

Doğal logaritmanın tabanı  $e$  olsun,  $\lambda$  dağılımın parametresi olmak üzere

$$P(X = x) = \lambda^x e^{-\lambda} / x! , x = 0, 1, \dots \quad (3.30)$$

ile verilen kesikli olasılık dağılımına Poisson dağılımı adı verilir. Poisson rastgele değişkeninin ortalama ve varyansı

$$E(X) = \lambda \text{ ve } V(X) = \lambda \quad (3.31)$$

denklemleri ile verilir. Poisson değişkeninin güçlü bir modelleme yeteneği vardır. Genellikle belli bir zaman diliminde meydana gelen olay sayısını (örneğin bir gişeye her dakika gelen müşteri sayısı) ya da belli bir alan ya da hacimdeki olay sayısını (örneğin bir dokuma fabrikasında her  $m^2$  kumaştaki hatalı ilmek sayısı) modellemek için kullanılır.

# Normal Dağılım

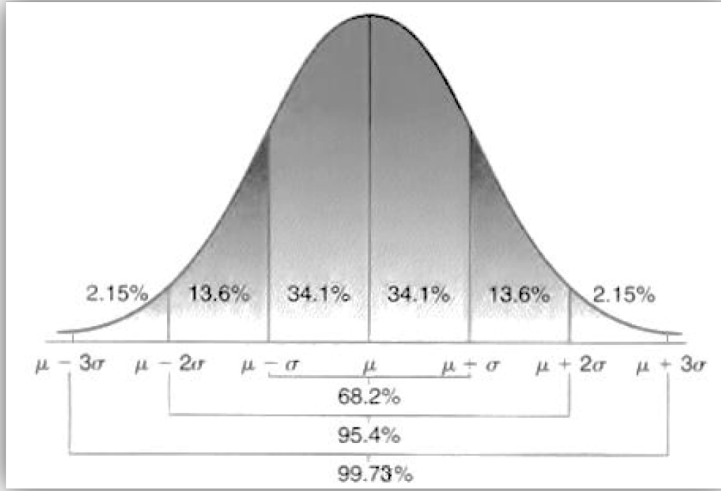
En önemli sürekli dağılımdır, Gauss dağılımı adıyla da bilinir. Olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}, \quad -\infty < x < \infty \quad (3.32)$$

şeklindedir. Normal dağılmış bir  $X$  rastgele değişkeninin ortalaması ve varyansı  $\mu$  ve  $\sigma^2$ 'dir:

$$E(X) = \mu \text{ ve } V(X) = \sigma^2 \quad (3.33)$$

Fonksiyon maksimum noktasına  $x = m$ 'de ulaşır, çan eğrisi biçimindedir,  $x = m$ 'ye göre sağ ve sol tarafları simetriktir:



Şekil 3.2: Normal olasılık yoğunluk fonksiyonu

Şekil 3.2'de  $x = \mu - 3\sigma$  ve  $x = \mu + 3\sigma$  değerlerinde fonksiyonun sıfır değerine epey yaklaştığı görülmektedir, bu nedenle eğrinin altındaki toplam 1 olan alanın büyük kısmı bu aralıktadır:  $P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) = 0.9973$ .  $X$  değişkeni  $m$  ortalama ve  $\sigma^2$  varyansla normal dağılmışsa kısaca  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  yazılır.

Eğer  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  ise  $Z = (X - \mu)/\sigma \sim N(0,1)$  olur,  $Z$  değişkenine standart normal değişken denir. Denklem 3.32'deki fonksiyonun integrali alınamaz, olasılık hesaplamaları için standart normal dağılıma dönüşüm yapılır, standart normal değişkenin farklı değerleri için tablo haline getirilmiş birikimli dağılım fonksiyon değerleri kullanılarak olasılık hesaplamaları yapılır. Bu değerler Ek 1'deki standart normal tabloda verilmiştir.



# Binom Dağılımı İle Normal Dağılım Arasındaki İlişki

$X$  binom değişkeninde  $n$  büyükse ve  $p$  veya  $1 - p$  sıfıra çok yakın değilse  $X$  değişkenine dair olasılık hesaplamalarında normal dağılımdan yararlanılabilir. Bir altın kural olarak  $np \geq 5$  ve  $n(1 - p) \geq 5$  ise

$$Z = (X - np) / \sqrt{np(1 - p)} \sim N(0,1) \quad (3.35)$$

alınır. Bu yaklaşım ciddi bir hesap kolaylığı sağlar. Burada kullanılan  $\sim$  simgesi 'yaklaşık dağılmıştır' anlamına gelir,  $n$  büyüdükçe bu yaklaşıma artar ve limit durumunda tam olarak normal dağılır.

# Poisson Dağılımı İle Normal Dağılım Arasındaki İlişki

Eğer  $X$  Poisson değişkeninde  $\lambda \geq 5$  ise

$$Z = (X - \lambda) / \sqrt{\lambda} \sim N(0,1) \quad (3.37)$$

alınır. Olasılık hesaplamalarında aynen Binom dağılımında olduğu gibi süreklilik düzeltmesi tavsiye edilir. Süreklilik düzeltmesi yapıldıktan sonra Denklem 3.37 şu şekli alır:

$$Z = (X' - \lambda) / \sqrt{\lambda} \sim N(0,1) \quad (3.38)$$

Eğer  $X$  Poisson değişkeninde  $\lambda \geq 5$  ise

$X' = X - 0.5$  ya da  $X' = X + 0.5$  alınır.

# Merkezi Limit Teoremi

$X_1, X_2, \dots, X_n$ ,  $n$  tane bağımsız, özdeş (aynı dağılmış), ortalaması  $\mu$  ve varyansı  $\sigma^2$  olan rastgele değişken olsun.

$$\bar{X} = (X_1 + X_2 + \dots + X_n) / n \text{ olsun.}$$

$$Z = (\bar{X} - \mu) / (\sigma / \sqrt{n}) \tag{3.39}$$

$n \rightarrow \infty$  durumunda standart normal dağılır. Ancak normal davranış küçük  $n$  değerlerinde başlar, bir altın kural olarak  $n \geq 30$  ise  $Z = (\bar{X} - \mu) / (\sigma / \sqrt{n}) \sim N(0,1)$  alınır. Bu teorem kontrol şemalarının tasarımında sıklıkla kullanılır.

# Örneklem Ortalaması, Medyanı, Varyansı, Standart Sapması

İstatistikte **anakütle** bir rastgele değişkenin ölçülebilecek değerlerini ifade eder. Örneğin  $X$  değişkeni bir üründe delinen bir deliğin çapı ise,  $X$ 'in olasılık dağılımında bir değişiklik olmadığı sürece (üretim koşulları değişmediği vs. sürece) yapılmış ve yapılacak tüm ürünlerdeki delik çapları anakütleyi oluşturur. Bunların hepsini ölçmek mümkün olmadığı için anakütleyi temsil yeteneğine sahip bir **örneklem** (**örnek** de denir) alınır:  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Bu  $n$  adet değer kullanılarak anakütle hakkında kestirimler yapılır.

**Örneklem ortalaması**  $\bar{X}$  ile gösterilir, örneklemdeki değerlerin aritmetik ortalamasıdır:

$$\bar{X} = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n = (1/n) \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.40)$$

**Örneklem medyanı**  $M$  ile gösterilir; büyüklük sırasına göre sıralanmış değerlerin ortadaki değeri ya da iki orta değer aritmetik ortalamasıdır. Örneklemdeki değerlerin sıralanmış hali  $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$  olsun.

$$M = \begin{cases} x_{((n+1)/2)}, & n \text{ tekse} \\ \left[ x_{(n/2)} + x_{(n/2)+1} \right] / 2, & n \text{ çiftse} \end{cases} \quad (3.41)$$

**Örneklem varyansı** şu formülle hesaplanır:

$$S^2 = \left(1 / (n - 1)\right) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.43)$$

**Örneklem standart sapması** örneklem varyansının kareköküdür:

$$S = \sqrt{\left(1 / (n - 1)\right) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3.44)$$

Örneklem varyansı, varyansın, örneklem standart sapması da standart sapmanın tahmincisidir:

$$\hat{\sigma}_x^2 = S^2 \text{ ve } \hat{\sigma}_x = S \quad (3.45)$$

- 1907.....H.FORD Üretim Sisteminde yöntem (ABD)  
1924.....W.A.SHEWHART Olasılık Çizelgesi (ABD)  
1930.....W.VEZLAU ve J.V.TALACKO "Pareto İlkesi"  
1931..... W. SHEWHART İstatistiksel Kalite Kontrol (ABD)  
1937.....E.S.PEARSON Endüstriyel Standartlar ve Kalite kontrol  
1940..... STANFORD Seminerleri (ABD)  
\*SAVAŞ YILLARI H.F.DODGE ve H.G.ROMIG "Numune alma Çizelgeleri"  
1950.....A.FEIGENBAUM ve Ekibi "Kalite Maliyetleri"  
1950..... E. DEMİNG'in seminerleri (JAPONYA)  
1951 ..... "DEMİNG" Kalite ödülü (JAPONYA)  
1952..... "Kalite Kontrol" dergisi (JAPONYA)  
1954..... J. JURAN ; Kalite yönetimin sorumluluğudur. (ABD)  
1954.....Ulusal radyo ile Japonyada "Kalite Eğitimi" yayınları  
1957.....A. FEIGENBAUM ..... TKK (ABD)  
1961.....K. ISHIKAWA : Formenler için Kalite kontrol dergisi (JP)  
1961..... P.CROSBY "Sıfır Kusurlu" kavramı  
1962..... K. ISHIKAWA : Kalite Çemberleri (JAPONYA)  
1960 ve + G. TAGUCHI : İstatistiksel Deney tasarımı (JAPONYA)  
1969..... KOBE STEEL:Quality Function Deployment (JAPONYA)  
1970 ve +... S. SHINGO : POKA-YOKA (JAPONYA)

(devam)

- 1970 ve +...G. TAGUCHI : Quality Loss Function (JAPONYA)  
1976..... T. OHNO : Toyoto Just In Time Sistemi (JAPONYA)  
1980 ve +... G.TAGUCHİ : Robust Desing (JAPONYA)  
1990 ve +.....\*\*.YARATILAN KALİTE...\*\*.....

ÖDEV

# Kaynaklar

- Sağlam, V., Yücesoy, E., Sağır, M. (2017). »Olasılık ve İstatistiğe Giriş» Nobel Yayınevi.
- Birgören, B. (2015). İstatistiksel kalite kontrolü. *Basım, Yayın*, (1257).
- Şenol, Ş. (2012). İstatistiksel kalite kontrol. Nobel Yayıncılık.
- Kaya, A. (2005). İstatistiksel kalite kontrolü ve bir sektör uygulaması. *GIDA*, 30(4), 275-280.

- Burr, I. W. (1976). *Statistical quality control methods* (Vol. 16). CRC Press.
- Montgomery, D. C. (2020). *Introduction to statistical quality control*. John Wiley & Sons.



# Teşekkürler!

Her türlü soru ve görüşleriniz için,

[serpil.gumustekin@omu.edu.tr](mailto:serpil.gumustekin@omu.edu.tr)

[serpil.gumustekin@stu.omu.edu.tr](mailto:serpil.gumustekin@stu.omu.edu.tr)

CREDITS: This presentation template was created by Slidesgo, including icons by Flaticon, and infographics & images by Freepik.